

Задачи по общей физике (1 семестр)

Тема 1. Системы отсчета. Кинематика материальной точки	1
Тема 2. Статика. Динамика точки. Законы сохранения.....	3
Тема 3. Частная теория относительности.....	5
Тема 4. Движение в центральном поле тяготения.....	6
Тема 5. Вращающиеся системы отсчета	7
Тема 6. Динамика абсолютно твердого тела.....	8
Тема 7. Колебания и волны	9

Тема 1. Системы отсчета. Кинематика материальной точки

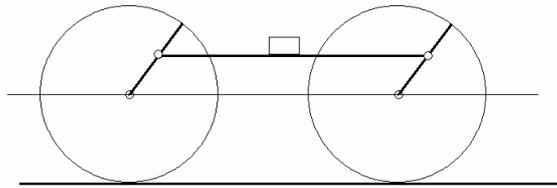
1. *Средняя скорость на всем пути.* Первую половину пути автомобиль прошел со средней скоростью 40 км/ч, вторую – со средней скоростью 60 км/ч. Чему равна средняя скорость за весь путь?
2. *Средняя скорость за полное время движения.* В течение первого часа движения средняя скорость автомобиля составила скоростью 40 км/ч, в течение второго часа – 60 км/ч. Чему равна средняя скорость за все время движения?
3. *Путешествие на плоту.* Теплоход преодолевает расстояние между городами A и B вниз по течению реки за время $t = 5$ суток, вверх по течению – за $t = 7$ суток. Сколько времени займет путешествие из A в B на плоту?
4. *Помощь попавшим в беду.* Течение реки уносит оторвавшуюся льдину с находящимися на ней рыбаками. Спасатель на катере стартует от берега в тот момент, когда льдина находится на середине реки шириной l точно напротив него. Какой курс должен держать катер (как нужно направлять нос катера) для того, чтобы достичь льдины за минимальное время? Скорость катера относительно воды равна v . Скорость течения $v_{\text{теч}}$ одинакова по всей ширине реки.
5. *Переправа через реку.* Скорость течения $v_{\text{теч}}$ одинакова по всей ширине и длине реки с прямыми берегами. Скорость лодки относительно воды v меньше скорости течения: $v < v_{\text{теч}}$. Как следует направить нос лодки при переправе, чтобы лодку снесло течением на минимальное расстояние? Как при этом будет направлен нос лодки по отношению к ее траектории?
6. *Переправа через реку, скорость течения которой возрастает от берегов к середине.* Допустим, что скорость течения возрастает от нуля до $v_{\text{теч}}$ при перемещении от берега к середине реки. По какой траектории будет перемещаться лодка при переправе, если нос все время направлять перпендикулярно берегам реки? На какое расстояние снесет лодку течением? Скорость лодки относительно воды равна v . Ширина реки l . Рассмотрите два случая: а) Скорость течения линейно возрастает от нуля до $v_{\text{теч}}$ при перемещении от берега к середине реки; б) скорость течения возрастает от нуля до $v_{\text{теч}}$ по квадратичному закону при перемещении от берега к середине реки (параболический профиль скорости течения).
7. *Весенняя капель.* С крыши отрываются капли с интервалом $\tau = 1$ с. Каким будет расстояние между каплями через промежуток времени $t = 2$ с после отрыва первой капли? Какой будет в этот момент скорость первой капли относительно второй? При каком условии полученный Вами ответ имеет физический смысл?
8. *Путешествие автостопом.* Человек находится в поле на расстоянии l от прямолинейного участка шоссе. Слева от себя он замечает движущийся по шоссе автомо-

- биль. В каком направлении следует бежать к шоссе, чтобы оказаться там впереди автомобиля на как можно большем расстоянии? Скорость автомобиля V , скорость человека $v < V$. При каких условиях человек сможет опередить автомобиль?
9. *Подтягивание лодки к берегу.* Лодку подтягивают к берегу с помощью троса, который наматывается на барабан лебедки, установленной на высоком берегу. Наматываемый трос выбирается с постоянной скоростью $v = 1$ м/с. С какой скоростью движется лодка в тот момент, когда трос образует угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом?
 10. *Максимальная высота подъема.* На какую максимальную высоту над поверхностью Земли поднимется тело, если на поверхности сообщить ему вертикальную начальную скорость $v_0 = 7.9$ м/с? (**). Ответьте на тот же вопрос при $v_0 = 7.9$ км/с.
 11. *Минимальная начальная скорость.* Орудие должно поразить цель, расположенную относительно начальной точки на расстоянии l (по горизонтали) и на высоте h . При какой минимальной начальной скорости снаряда это возможно?
 12. *Граница достижимых целей.* (*) Найдите границу, за пределами которой в пространстве находятся цели, которые невозможно поразить из орудия, сообщаемого снаряду начальную скорость v_0 . Получите уравнение этой границы (т.е. огибающей семейства траекторий снарядов), приняв за начало координат точку, в которой находится орудие.
 13. *Стрельба через стену.* Между целью и минометом, находящимися на одной горизонтали, расположена стена высотой h . Расстояние от миномета до стены равно a , расстояние от стены до цели b . Рассчитайте минимальную начальную скорость мины, необходимую для поражения цели. Под каким углом при этом следует стрелять?
 14. *Грязь от колес.* На какую максимальную высоту h поднимаются капли воды, срывающиеся с обода мокрого велосипедного колеса радиуса R при скорости велосипеда v ?
 15. *Граница «мокрой» области.* (**) Велосипедное колесо радиуса R вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси с угловой скоростью ω . Найдите уравнение границы (кривой, лежащей в плоскости колеса), за пределы которой не попадают капли, срывающиеся с обода колеса. Иными словами, получите уравнение огибающей семейства траекторий капель. Рассмотрите случаи быстрого и медленного вращения колеса.
 16. *Максимальная дальность полета мяча.* На какое максимальное расстояние можно бросить теннисный мяч в спортивном зале высотой h ? Начальная скорость мяча v_0 . Высота начальной точки много меньше h .
 17. *Стрельба из-за крепостной стены.* (*) Мортира ведет стрельбу ядрами по наступающему неприятелю из-за крепостной стены высотой $h = 30$ м. Начальная скорость ядра $v_0 = 60$ м/с. На каком максимальном расстоянии S от стены находятся цели, которых могут достичь ядра mortиры? Сопротивлением воздуха пренебречь.
 18. *Минимальная начальная скорость.* При какой минимальной начальной скорости можно перебросить с поверхности земли камень через прямоугольное здание, высота которого h , а длина (толщина) – l ? При какой минимальной начальной скорости можно перебросить с земли камень через лежащую на земле цилиндрическую цистерну радиуса R ?

Тема 2. Статика. Динамика точки. Законы сохранения

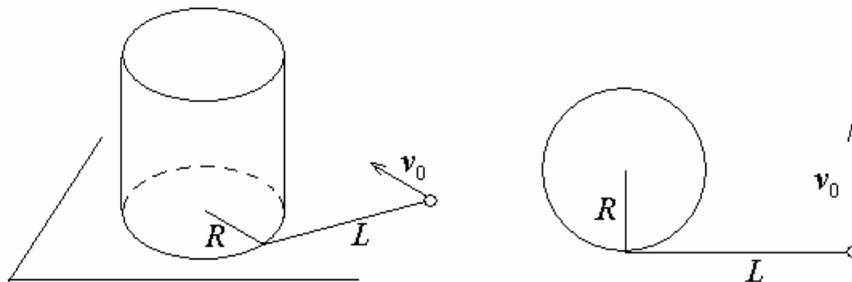
19. *Равновесие в чашке.* Тонкий гладкий карандаш длины l помещен в чашку с полусферической гладкой внутренней поверхностью радиуса R . Какой угол с горизонтом образует карандаш в положении равновесия?
20. *Санки на горе.* Под каким углом α нужно тянуть за веревку, чтобы передвигать санки по горизонтальной поверхности с минимальным усилием? Под каким углом α к склону горы (угол наклона горы β) должна быть направлена веревка, чтобы тащить санки в гору с наименьшим усилием? Коэффициент трения равен μ .
21. *Движение катера с выключенным двигателем.* Когда катер набирает скорость v_0 , двигатель выключают. Как будет убывать со временем скорость катера при дальнейшем движении, если сопротивление воды можно считать пропорциональным скорости катера? Как скорость катера зависит от пройденного им расстояния? Как долго будет продолжаться движение? Какое расстояние пройдет катер до полной остановки? Ответьте на те же вопросы в предположении, что сила сопротивления воды пропорциональна квадрату скорости. Почему в последнем случае получается физически бессмысленный результат (бесконечно большое расстояние до полной остановки)?
22. *Реактивное движение.* Одноступенчатая ракета со стартовой массой m_0 поднимается вертикально вверх в поле тяжести Земли. Скорость газовой струи относительно ракеты равна u . Секундный расход массы $\mu = -dm/dt$ постоянен. Найдите зависимость скорости ракеты от времени $v(t)$, пренебрегая сопротивлением воздуха и изменением ускорения свободного падения с высотой.
23. *Установившееся движение при сухом и вязком трении.* (*) Монета находится на горизонтальной подставке, которая совершает (относительно лаборатории) поступательное движение по окружности радиуса R с угловой скоростью ω . Каким будет установившееся движение монеты (относительно лаборатории и относительно подставки), если между монетой и подставкой действует сила вязкого трения? Сила сухого трения?
24. *Коническая воронка.* На внутренней поверхности конической воронки с вертикальной осью находится небольшое тело на расстоянии l от вершины конуса. Коэффициент трения между телом и поверхностью воронки равен μ . Угол раствора конуса равен 2α . Воронка приведена во вращение вокруг своей оси. При каких значениях угловой скорости ω тело будет неподвижно в воронке?
25. *Циклоида.* Колесо радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной плоскости. Получите уравнение траектории точки обода колеса (уравнение циклоиды) в параметрической форме, выражая текущие координаты точки как функции угла поворота диаметра колеса. Чему равен радиус кривизны циклоиды в ее вершине? В точке излома (в «клюве», которым циклоида упирается в поверхность)?
26. *Мгновенная ось вращения.* Колесо радиуса R катится без проскальзывания равномерно со скоростью v . Чему равны скорости и ускорения точек обода, лежащих на противоположных концах вертикального диаметра? Горизонтального диаметра?
27. *Реечная передача.* Ведущие колеса паровоза соединены реечной передачей, одно звено которой представляет собой плоскую горизонтальную штангу, шарнирно прикрепленную к спицам соседних колес на расстоянии от оси, равном половине радиуса колеса R (см. рисунок). При осмотре паровоза механик поставил на эту штангу ящик с инструментами и по рассеянности забыл его там. Паровоз начинает медленно набирать скорость. При какой скорости паровоза ящик начнет проскаль-

зывать относительно штанги? (**) В каком направлении он сместится сначала – вперед или назад? Коэффициент трения между ящиком и штангой равен μ .



К задаче 27.

28. *Заряженная частица в скрещенных полях.* Найдите траекторию заряженной частицы в скрещенных (направленных взаимно перпендикулярно) однородных постоянных магнитном и электрическом полях. Начальная скорость частицы равна нулю.
29. *Наматывание на цилиндр.* Вертикальный круговой цилиндр радиуса R прикреплен к горизонтальной плоскости (см. рисунок, справа – вид сверху). Внизу к боковой поверхности цилиндра прикреплена нерастяжимая нить длиной L , направленная по касательной к поверхности цилиндра. На другом конце нити закреплена маленькая шайба (материальная точка). Шайбе сообщают горизонтальную скорость v_0 , направленную перпендикулярно к нити, и шайба начинает скользить по плоскости. Сколько времени будет продолжаться движение шайбы (наматывание нити на цилиндр) в отсутствие трения? Сколько времени будет продолжаться движение шайбы при наличии трения шайбы о плоскость? Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен μ .



К задаче 29.

30. *Перевероты вертикальной плоскости.* Небольшой шарик массы m подвешен на гибкой нерастяжимой нити длиной l . Шариком сообщают горизонтальную начальную скорость v_0 , достаточную для того, чтобы он совершал полные перевероты (двигался по окружности в вертикальной плоскости). При какой минимальной начальной скорости $v_{0\min}$ такое движение возможно? Какой будет сила натяжения нити в нижней точке и в точках, где нить образует с вертикалью углы 60, 90 и 120 градусов?
31. *Соскальзывание с купола.* На вершине полусферического купола радиуса R лежит небольшое тело, которое может скользить по поверхности купола без трения. Телу сообщают начальную скорость v_0 в горизонтальном направлении. В какой точке купола шайба оторвется от его поверхности?
32. *Связанные шарики.* Два одинаковых маленьких шарика, связанные нерастяжимой нитью длины l , лежат на гладкой горизонтальной поверхности. Одному из шариков сообщают скорость v_0 , направленную вертикально вверх. Какой должна быть начальная скорость v_0 , чтобы нить при движении шариков все время оставалась натянутой, а нижний шарик не отрывался от поверхности?

33. *Шарики на длинной нити.* На очень длинной нити подвешен шарик массы m_1 , к которому на нити длиной l подвешен шарик массы m_2 . Какую начальную скорость v_0 нужно сообщить нижнему шару в горизонтальном направлении для того, чтобы нижняя (соединяющая шарики) нить отклонилась до горизонтального положения?
34. *Наматывание на горизонтальный цилиндр. (**)* На горизонтальный цилиндр радиуса R намотана нерастяжимая нить с маленьким грузиком на конце. Длина свисающей части нити $2\pi R$. Какую минимальную горизонтальную скорость v_0 нужно сообщить грузу для того, чтобы нить полностью намоталась на цилиндр? Нить при наматывании не должна провисать.

Тема 3. Частная теория относительности

35. *Относительность промежутков времени и расстояний.* В верхних слоях атмосферы из космических лучей рождается μ -мезон, движущийся со скоростью $v = 0.990 c$. До распада он успевает пролететь расстояние $l = 5.00$ км. Чему равно время жизни μ -мезона в нашей (лабораторной) системе отсчета и в системе отсчета, где мезон покоится? Чему равна толщина слоя атмосферы, пройденного μ -мезоном, в системе отсчета, связанной с самим мезоном?
36. *Продольный эффект Доплера.* Из начала координат системы K вдоль оси x посылают короткие световые сигналы через одинаковые промежутки времени τ_0 (по часам системы K). Найти промежуток времени T между двумя последовательными сигналами, регистрируемыми приемником, находящимся в начале координат системы K' , движущейся относительно K со скоростью v вдоль оси x . Рассмотреть случаи сближения и удаления приемника и источника. Перейдя от промежутков времени к частотам, получить релятивистские формулы для эффекта Доплера.
37. *Скорость сближения и относительная скорость.* Для наблюдателя в системе отсчета K две частицы движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями, равными $\frac{3}{4} c$. С какой скоростью сближаются частицы? Чему равна относительная скорость этих частиц?
38. *Аберрация света.* Допустим, что в инерциальной системе отсчета K луч света в вакууме распространяется вдоль оси y . Найдите угол, который образует этот луч с осью y' для наблюдателя в системе отсчета K' , движущейся относительно K с постоянной скоростью v вдоль оси x (угол аберрации).
39. *Пространственно-временной интервал между событиями.* Укажите условия, при которых два точечных события, характеризуемые моментами времени t_1 и t_2 и соответственно координатами x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 в системе отсчета K , могут быть одновременными с точки зрения наблюдателя в некоторой другой системе отсчета K' . При каких условиях может существовать система отсчета K' , в которой эти события происходят в одной и той же точке пространства?
40. *Равноускоренное движение.* Используя релятивистские уравнения движения, найдите зависимость скорости от времени для первоначально покоившейся заряженной частицы, ускоряемой однородным электрическим полем. Как зависит от времени расстояние, пройденное частицей?
41. *Траектория частицы в однородном поле. (*)* Заряженная частица влетает в однородное электрическое поле со скоростью v_0 , направленной перпендикулярно силовым линиям. Найдите траекторию частицы, пользуясь релятивистскими уравнениями движения. Полученный результат сравните с классическим.
42. *Ускоритель на встречных пучках.* Ускоритель разгоняет электроны до энергии 130 МэВ. Из ускорителя пучок направляется на неподвижную мишень. В результате

происходят неупругие столкновения быстрых электронов с неподвижными электронами мишени. Рассчитайте энергию ΔE , которая может пойти на образование новых частиц в результате одного столкновения. Сравните ее с соответствующей энергией при неупругом столкновении двух электронов с такой же начальной энергией 130 МэВ, движущихся в лабораторной системе отсчета навстречу друг другу. Во сколько раз получается выигрыш в энергии при использовании ускорителя на встречных пучках?

Тема 4. Движение в центральном поле тяготения

43. *Комета Галлея.* В 1986 году наблюдалось седьмое появление кометы Галлея, считая с 1456 года. Во время ее прохождения через перигелий в 1910 году было измерено расстояние между кометой и Солнцем, оказавшееся равным 0.60 астрономических единиц (а.е.). На какое максимальное расстояние (в астрономических единицах) удаляется комета от Солнца? Чему равно отношение ее скоростей в перигелии и афелии?
44. *Скорость освобождения.* Минимальная скорость, которую нужно сообщить телу вблизи поверхности Земли (за пределами атмосферы) для того, чтобы оно навсегда покинуло Землю (скорость освобождения, или вторая космическая скорость), составляет 11.2 км/с. С какой скоростью будет двигаться межпланетный космический корабль на очень большом расстоянии от Земли, если вблизи Земли ракетный двигатель разогнал его до скорости 12.2 км/с?
45. *Свободное падение на Солнце.* Сколько времени будет падать на Солнце тело с расстояния, равного радиусу земной орбиты (без начальной скорости)? (**). Сколько времени потребуется для прохождения первой половины этого расстояния?
46. *Высота подъема и время движения.* Баллистический снаряд получает на поверхности Земли направленную вертикально вверх начальную скорость, равную первой космической скорости. На какую максимальную высоту над поверхностью Земли поднимется снаряд? (**). Сколько времени пройдет от момента старта до момента падения снаряда на Землю? Сопротивление воздуха не учитывать.
47. *Спутник на эллиптической орбите.* (**). Спутник движется вокруг Земли по эллиптической орбите с эксцентриситетом $e = 0.5$. Какую долю периода обращения занимает прохождение спутником ближней к Земле половины эллипса, заключенной между концами малой оси эллипса?
48. *Возвращение с орбиты.* Орбитальная станция движется вокруг Земли по низкой круговой орбите ($h \ll R$, где h – высота орбиты станции над поверхностью Земли, R – радиус Земли). Какой дополнительный импульс скорости Δv (и в каком направлении) должен быть сообщен отстыковавшемуся от станции транспортному кораблю, чтобы обеспечить переход с круговой орбиты на траекторию приземления, оптимальную с точки зрения затрат ракетного топлива? Ответ выразите в единицах скорости орбитальной станции (круговой скорости $v_{кр}$). В какой точке орбиты нужно сообщить эту дополнительную скорость, чтобы аппарат совершил посадку в заданном месте? Получите также приближенное выражение для Δv , справедливое вплоть до квадратичных членов по малому параметру $h/R \ll 1$.
49. *Спускаемый аппарат.* Орбитальная станция движется вокруг Земли по круговой орбите высотой h над поверхностью Земли. Рассчитайте дополнительную скорость Δv , которую нужно сообщить отстыковавшемуся от орбитальной станции спускаемому аппарату в направлении вертикально вниз для того, чтобы он по касательной вошел в плотные слои атмосферы. Выразите ответ в естественных для данной задачи единицах скорости станции на круговой орбите $v_{кр}$. В какой точке орбиты нужно

сообщить эту дополнительную скорость, чтобы аппарат совершил посадку в заданном месте?

50. *Маневры на орбите.* (*) Орбитальная станция движется вокруг Земли по круговой орбите. При наземном старте транспортного корабля, который должен состыковаться со станцией, произошла непредвиденная задержка, из-за которой он вышел на круговую орбиту станции с небольшим опозданием, оказавшись *позади* станции на некотором расстоянии L , много меньшим радиуса r орбиты станции ($L \ll r$). Чтобы догнать станцию через один ее оборот по орбите, требуется сообщить кораблю дополнительный импульс кратковременным включением ракетного двигателя. Каким должно быть направление этого импульса? Рассчитайте необходимую дополнительную скорость Δv , которую нужно сообщить кораблю. Выразите ее через расстояние L и период обращения станции T . Выразите также Δv через орбитальную скорость станции $v_{\text{кр}}$ и отношение L/r . Какую дополнительную скорость Δv нужно сообщить кораблю, чтобы он догнал станцию после двух оборотов по орбите? Ответьте на те же вопросы для ситуации, когда корабль вышел на круговую орбиту станции, *опережая* ее на расстояние L .
51. *Поток метеоритов.* На большом расстоянии от Земли метеориты в параллельном потоке имеют относительно Земли скорость v_{∞} . Рассчитайте максимальное прицельное расстояние r_{max} , при котором метеорит упадет на Землю. Радиус Земли R . (Прицельным называют расстояние от центра Земли до прямой, по которой двигался бы метеорит в отсутствие притяжения к Земле.) (*) На какой угол изменится направление скорости метеорита при $r > r_{\text{max}}$ после того, как он минует Землю?
52. *Торможение спутника в атмосфере.* Обращающийся по низкой круговой орбите спутник непрерывно испытывает действие очень малой силы сопротивления разреженных верхних слоев атмосферы. После большого числа витков радиус орбиты уменьшился на 0.2%. На сколько процентов изменилась за это время скорость спутника? На сколько процентов изменился период его обращения? Каждый отдельный виток траектории спутника можно с высокой точностью считать круговым. (*) Почему при учете силы торможения, направленной противоположно скорости, получается увеличение скорости спутника?
53. *Достижение Солнца.* (**) В одном из недавних «экологических» проектов (см. в сети сайт www.ecosun.org) радиоактивные отходы атомной промышленности предлагалось для «безопасности», вместо захоронения в земных условиях, отправлять на Солнце. Покажите техническую неосуществимость подобного проекта, рассчитав минимальную скорость v_{min} , которую нужно сообщить капсуле с отходами на Земле для того чтобы при последующем пассивном полете в полях тяготения Земли и Солнца она смогла бы достичь поверхности Солнца. Для оценок примите среднее ускорение свободного падения на Земле $g = 10 \text{ м/с}^2$ (более точное значение 9.81 м/с^2), радиус Земли $R = 6400 \text{ км}$ (6370 км), среднее расстояние от Земли до Солнца $l = 150 \text{ млн км}$ (точное значение 149.6 млн км), среднюю орбитальную скорость Земли $v_{\text{orb}} = 30 \text{ км/с}$ (точное значение 29.785 км/с).

Тема 5. Вращающиеся системы отсчета

54. *Отклонение отвеса.* На какой угол отклоняется отвес от направления на центр Земли из-за суточного вращения Земли? На какой широте это отклонение максимально? Рассчитайте величину отклонения отвеса для географической широты 60 градусов.
55. *Отклонение свободно падающего тела.* Вращение Земли приводит к отклонению свободно падающих тел от вертикали (от направления отвеса). Методом последо-

вательных приближений найдите величину и направление отклонения тела, падающего с высоты $h = 100$ м без начальной скорости для точки земной поверхности, расположенной на географической широте 60 градусов. (*) Рассчитайте также отклонение точки падения от начальной точки для тела, запущенного строго вертикально вверх с начальной скоростью, обеспечивающей подъем тела до такой же высоты $h = 100$ м.

Тема 6. Динамика абсолютно твердого тела

56. *Поворот вокруг неподвижной оси.* Однородный стержень массы m и длины l может свободно (без трения) поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня. Стержень приводят в перевернутое вертикальное положение (в неустойчивое положение равновесия) и отпускают, так что он начинает двигаться к устойчивому положению равновесия без начальной скорости. Рассчитайте вертикальную и горизонтальную составляющие силы, с которой вращающийся стержень действует на ось в тот момент, когда он образует заданный угол α с начальным положением. В какой точке горизонтальная сила меняет направление на противоположное? Рассмотрите также частные случаи $\alpha = 0, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$.
57. *Падающий стержень.* Однородный тонкий стержень прислонен к гладкой стене и опирается своим нижним концом на гладкий горизонтальный пол. В некоторый момент стержень начинает падать без начальной скорости так, что его нижний конец упирается в угол между стеной и полом. Какой угол со стеной образует стержень в тот момент, когда его нижний конец отделяется от стены?
58. *Качение с проскальзыванием.* Однородный сплошной цилиндр массы m и радиуса R раскрутили вокруг горизонтальной оси до угловой скорости ω_0 и затем аккуратно опустили на горизонтальную шероховатую поверхность. Коэффициент трения между цилиндром и поверхностью равен μ . Как будут меняться со временем угловая скорость цилиндра и скорость его оси? В какой момент прекратится проскальзывание? Постройте графики зависимости от времени угловой скорости цилиндра и скорости его оси. Какая часть первоначальной кинетической энергии цилиндра превратится в теплоту?
59. *Столб на гладкой поверхности.* Столб высотой l стоит вертикально на горизонтальной ледяной (идеально гладкой) поверхности. По какой траектории будет двигаться его вершина, если он начнет падать без начальной скорости? Какими будут величина и направление скорости вершины столба в момент его падения на горизонтальную поверхность?
60. *Переворот на гладкой поверхности.* (*) Однородный тонкий стержень длиной l лежит на горизонтальной ледяной (идеально гладкой) поверхности. Какую скорость v_0 в вертикальном направлении нужно сообщить концу стержня для того, чтобы он совершил переворот (чтобы его концы поменялись местами)? Во время движения стержень не должен отрываться от поверхности.
61. *Стержень у стены.* (*) Однородный тонкий стержень прислонен к гладкой стене и опирается своим нижним концом на гладкий горизонтальный пол. В некоторый момент стержень начинает падать без начальной скорости так, что его нижний конец скользит по полу, а верхний – по стене. Какой угол со стеной образует стержень в тот момент, когда его верхний конец отделяется от стены?
62. *Диск Максвелла.* Демонстрационный прибор, называемый диском Максвелла, представляет собой массивный диск, насаженный на тонкий валик, радиус которого r . Масса диска (вместе с валиком) равна m , момент инерции равен I . К валику по обе стороны диска прикреплены две длинные нити (одинаковой длины), на кото-

- рых прибор подвешен к штативу. Наматывая нити на валик, поднимают центр диска на высоту h относительно нижнего положения ($h \gg r$), и отпускают, так что нити начинают разматываться, а диск опускается без начальной скорости. Найдите ускорения, с которыми диск сначала опускается, а затем поднимается. Чему равны при этом силы натяжения нитей? При изменении направления движения диска (в нижнем положении) нити испытывают рывок. (**) Рассчитайте максимальную и среднюю силу натяжения нитей во время рывка.
63. *Бильярдный шар.* На какой высоте от центра бильярдного шара нужно наносить горизонтальный удар кием для того, чтобы шар сразу после удара катился без проскальзывания?
64. *Скатывание цилиндра.* По наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, скатывается без проскальзывания сплошной однородный цилиндр. С каким ускорением движется ось цилиндра? Найдите минимальное значение коэффициента трения, при котором не будет проскальзывания.
65. *Качение обруча.* Тонкий обруч массы M и радиуса R поставили на шероховатый пол в вертикальном положении и вблизи точки касания с полом прикрепили к внутренней стороне обруча небольшое тело массы m . Затем привели обруч в качение без проскальзывания. В момент, когда прикрепленное к нему тело находится в нижней точке, скорость оси обруча равна v_0 . При каких значениях v_0 обруч будет катиться, не подпрыгивая?
66. *Прецессия волчка.* Симметричный волчок массы m , опирающийся нижним концом о горизонтальную плоскость, быстро вращается вокруг собственной оси с угловой скоростью ω_0 . Момент инерции волчка относительно оси симметрии равен I . Расстояние от центра масс до точки опоры равно l . Ось волчка наклонена на угол α к вертикали. С какой угловой скоростью прецессирует ось волчка? Какой угол с вертикалью образует сила реакции, действующая на волчок в точке опоры?
67. *Конический маятник.* (*) Конический маятник в виде тонкого однородного стержня длины l и массы m (с шарнирно закрепленным верхним концом) приведен во вращение вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω_0 . Какой угол α образует стержень с вертикалью? Найдите вертикальную и горизонтальную составляющие силы реакции шарнира, приложенной к верхнему концу стержня.

Тема 7. Колебания и волны

68. *Физический маятник.* Тонкая однородная пластинка в форме равностороннего треугольника со стороной a совершает малые собственные колебания вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из его сторон. Рассчитайте приведенную длину такого физического маятника. Чему равен период его малых колебаний?
69. *Минимальный период колебаний.* Физический маятник представляет собой линейку длиной l (однородный тонкий стержень), которая может свободно поворачиваться вокруг горизонтальной оси, проходящей сквозь просверленное в линейке отверстие. На каком расстоянии от конца линейки нужно просверлить отверстие, чтобы получился маятник с минимальным периодом малых колебаний?
70. *Переверот физического маятника.* Физический маятник представляет собой тело, которое может свободно поворачиваться в поле тяжести вокруг горизонтальной оси. Угловая частота его собственных малых колебаний равна ω_0 . Маятник приводят в перевернутое вертикальное положение (положение неустойчивого равновесия) и отпускают без начального толчка. Через некоторое время маятник выходит из неустойчивого равновесия и начинает движение. С какой угловой скоростью

- движется маятник в момент прохождения нижней точки (положения устойчивого равновесия)? Ответ выразите через угловую частоту ω_0 собственных малых колебаний.
71. *Тело на вибрирующем основании.* Горизонтальная подставка с лежащим на ней телом совершает принудительное гармоническое (синусоидальное) движение в вертикальном направлении с заданной частотой ω и постепенно увеличивающейся амплитудой. При какой амплитуде колебаний подставки тело начнет отрываться от нее?
 72. *Часы на длинных шнурах.* (*) Настенные часы массой M имеют маятник в виде невесомого стержня длиной l с точечной массой m на конце. Как изменится ход этих часов, если их повесить на очень длинных параллельных шнурах?
 73. *Гимнастическая трапеция.* Тонкая однородная палочка длиной a подвешена за оба конца на двух одинаковых нитях длиной l . В положении равновесия системы нити параллельны. Сколько степеней свободы имеет такая система? При каких начальных условиях будут возбуждаться нормальные колебания (моды) этой системы? Найдите все частоты малых нормальных колебаний.
 74. *Гимнастический обруч.* Рассчитайте частоты малых нормальных колебаний висящего на крючке гимнастического обруча радиуса R .
 75. *Двойной маятник.* (*) К шарiku, подвешенному на нити длиной l , подвешен еще один такой же шарик на нити такой же длины l . Рассчитайте частоты малых нормальных колебаний такого двойного маятника. При каких начальных условиях будут возбуждаться нормальные колебания (моды) двойного маятника?
 76. *Вынужденные колебания маятника.* Точка подвеса математического маятника длиной l принудительно движется под действием внешней силы в горизонтальном направлении по закону $x(t) = a \sin \omega t$ с малой амплитудой ($a \ll l$). Найдите амплитуду и фазу установившихся вынужденных колебаний такого маятника в отсутствие трения, когда частота ω не совпадает с собственной частотой ω_0 (при $\omega < \omega_0$ и при $\omega > \omega_0$).
 77. *Резонансные частоты.* (**) Двойной маятник образован двумя шарнирно соединенными за концы однородными одинаковыми стержнями длиной l . При каких частотах принудительных вибраций точки подвеса в горизонтальном направлении будут возбуждаться резонансные колебания маятников? Рассчитайте отношения углов отклонения нижнего и верхнего маятников при резонансных колебаниях небольшой амплитуды.
 78. *Резонансная кривая.* Амплитуда установившихся вынужденных колебаний гармонического осциллятора одинакова при частотах внешней силы ω_1 и ω_2 (при одной и той же амплитуде вынуждающей силы). При какой частоте внешней силы амплитуда установившихся вынужденных колебаний максимальна?
 79. *Волны во вращающемся кольце.* (*) Кольцевой резиновый жгут раскручен вокруг оси, перпендикулярной плоскости кольца. Линейная скорость точек жгута в этом движении равна v_0 . С какой скоростью будут распространяться в этом жгуте поперечные волны малой амплитуды?
 80. *Кольцевые волны на воде.* От брошенного в воду камня разбегаются кольцевые волны. По какому закону уменьшается высота их гребней (амплитуда) по мере увеличения радиуса колец?