Комментарии к лекциям по физике

Тема: Релятивистская кинематика

Содержание лекции

Измерение промежутков времени и пространственных расстояний с точки зрения теории относительности. Понятие события. Относительность одновременности событий. Синхронизация часов. Преобразование промежутков времени между событиями при переходе в другую систему отсчета. Собственное время. Относительность пространственных расстояний между событиями. Собственная длина. Лоренцево сокращение как следствие постулатов теории относительности. Релятивистский эффект Допплера.

Одновременность событий

Постулаты теории относительности требуют внесения радикальных изменений в основные физические понятия, относящиеся к пространству и времени. Прежде всего необходим глубокий *анализ основных измерительных операций*, определяющих пространственно-временные соотношения между событиями. Подробное и очень ясное обсуждение можно найти в книге акад. Л. И. Мандельштама «Лекции по теории относительности» [4], стр. 164—195.

Главное изменение, внесенное теорией относительности в постановку вопроса об измерительных операциях, состоит в том, что любое физическое понятие, относящееся к пространству и времени (например, одновременность событий) и любая измерительная операция (например, измерение промежутков времени и расстояний) *нуждается в определении*.

Измерение промежутка времени между событиями означает сравнение между собой показаний выбранных в качестве эталона часов в моменты наступления этих событий. Для этого прежде всего нужно установить *одновременность* рассматриваемого события с другим событием — прохождением стрелки часов через определенное деление.

Понятие одновременности событий, происходящих в одном и том же месте, «рядом», по-видимому не нуждается в определении. Но нужно дать *определение*, что такое одновременность для событий, происходящих в пространственно удаленных точках. Без такого определения невозможно сравнивать по времени события, происходящие в различных точках. Для измерения промежутка времени между удаленными событиями нужно иметь в тех точках, где они происходят, синхронно идущие идентичные часы.

Эйнштейновское определение одновременности удаленных событий (т.е. определение процедуры синхронизации часов) основано на независимости скорости сигнала от направления. Пусть из точки A в момент времени t_1 по часам в A отправляется сигнал (рис. 1). Пусть момент прихода сигнала в точку B и его отражения назад есть t' по часам в точке B. Наконец, пусть отраженный сигнал приходит в точку A в момент t_2 по часам в A. Тогда *по определению* часы в точках A и B идут синхронно, если $t' = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$.

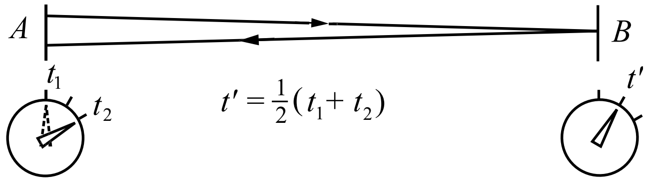

Рис. 1: К определению понятия одновременности событий

Подчеркнем, что в нерелятивистской физике принималось как нечто само собой разумеющееся существование единого мирового времени, не зависящего от системы отсчета, и потому неявно допускалось, что понятие одновременности событий, происходящих в разных точках пространства, не нуждается в определении, и любой способ синхронизации часов (путем световых сигналов или путем перевозки хронометров) должен дать одно и то же. На самом деле это не так. Если часы в точках A и B синхронизированы путем световых сигналов, как было описано выше, и хронометр, сверенный с часами в A, перевозится в точку B, то его показания, вообще говоря, не совпадут с показаниями находящихся там часов, а будут зависеть от скорости перевозки. Совпадение будет лишь при бесконечно малой скорости перевозки хронометра.

Измерение расстояний

С точки зрения релятивистских постулатов операцию измерения расстояний разумно по определению выбрать на основе «радиолокационного» способа: из некоторого пункта посылаются световые или радиосигналы, которые после отражения от наблюдаемого предмета возвращаются в точку отправления. При этом измеряется время прохождения сигнала туда и обратно по часам, связанным с радиолокатором. Расстояние l до предмета получают, умножая одинаковую по всем направлениям (универсальную) скорость c на половину времени прохождения сигнала туда и обратно: $l = \frac{1}{2}c\,(t_2 - t_1)$.

Если речь идет об измерении расстояния до движущегося относительно радиолокатора объекта, т. е. измеряемое расстояние $l(t)$ изменяется со временем, то измеренное значения расстояния $l = \frac{1}{2}c\,(t_2 - t_1)$ относится к моменту времени $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ по часам радиолокатора, где t_1 есть момент отправления сигнала, t_2 — момент возвращения отраженного сигнала. Это определение также основывается на независимости скорости сигнала от направления.

В принципиальном отношении такой способ важен потому, что в нем измерение расстояний сводится к измерению времени, и отпадает необходимость в отдельном эталоне длины. На этой основе в метрологии в конце 1980-х годов перешли от существовавших ранее независимых эталонов длины и времени к единому эталону. При переходе к единому эталону длины и времени интерференционные методы измерения расстояний, используемые в метрологии, принципиально перестали отличаться от «радиолокационного» метода. Длина волны излучения эталонного источника лежит в основе единицы длины, а его частота (период) — в основе определения единицы времени. Подчеркнем, что при переходе к единому эталону числовое значение скорости света c получается не как результат измерений (неизбежно содержащий некоторую погрешность), а вводится по определению (т. е. *точно*) на основе международного соглашения. Разумеется, это значение выбрано так, чтобы обеспечивалась преемственность с прежними эталонами длины и времени.

Относительность одновременности

В нерелятивистской физике понятие одновременности событий, в соответствии с классическими представлениями о пространстве и времени, предполагалось абсолютным, не зависящим от системы отсчета: если два события происходят одновременно для какого-нибудь наблюдателя, то они будут одновременными и для любого другого. В релятивистской кинематике понятие одновременности событий принимает относительный характер. Утверждение, что два пространственно удаленных события происходят одновременно, имеет смысл только тогда, когда указано, к какой системе отсчета это утверждение относится.

В том, что одновременные в некоторой системе отсчета пространственно удаленные события уже не являются одновременными с точки зрения другой системы отсчета, можно убедиться с помощью следующего мысленного эксперимента.

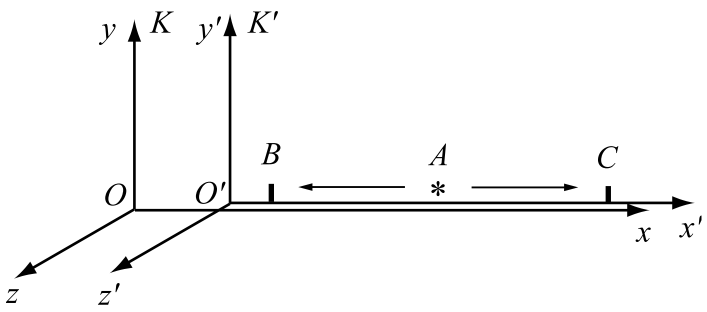

Рис. 2: Относительный характер одновременности событий

Рассмотрим две инерциальные системы отсчета K и K', причем K' движется относительно K в положительном направлении оси Ox. Пусть из некоторой точки A на оси Ox' одновременно отправляются сигналы во взаимно противоположных направлениях (рис. 2). Рассмотрим с точки зрения системы K' приход этих сигналов в точки B и C системы K', равноудаленные от точки A (можно считать, что в этих точках системы K' находятся приемники сигналов). Очевидно, что сигналы достигнут точек B и C одновременно по часам системы K', так как преодолевают на пути к B и C одинаковые расстояния. Легко видеть, однако, что эти же два события, а именно достижение сигналами приемников в точках B и C, одновременные в K', отнюдь не будут одновременными для наблюдателя в системе K. В самом деле, согласно принципу относительности, скорость сигналов в K также не зависит от направления, но точка B движется относительно K вправо, навстречу посланному в нее сигналу, а точка C движется по направлению от посланного в нее сигнала. Поэтому с точки зрения наблюдателя в системе K сигналу, распространяющемуся с одной и той же конечной скоростью, приходится на пути в B преодолевать меньшее расстояние, нежели на пути в C. Следовательно, в системе K сигнал в точку B приходит раньше, чем в C. Эти события, будучи одновременными в K', не одновременны в K, что свидетельствует об *относительном характере* понятия одновременности событий.

Преобразование промежутков времени

Пусть два события происходят с точки зрения некоторой системы отсчета, скажем, системы K', в одном и том же месте, и промежуток времени между ними равен τ_0 по часам системы отсчета K'. Этот промежуток времени τ_0 будет *собственным* временем между данными событиями (собственным временем для некоторой пары событий называется промежуток времени, измеренный в той системе отсчета, где эти события происходят в одном месте). Отметим, что собственный промежуток времени τ_0 измеряется по одним и тем же часам (в системе K' оба события происходят в одной и том же месте), но в системе K эти события происходят в разных местах, и для измерения промежутка времени между ними необходимо пользоваться показаниями разных часов, находящихся в тех точках, где происходят эти события (часы, разумеется, должны быть предварительно синхронизированы).

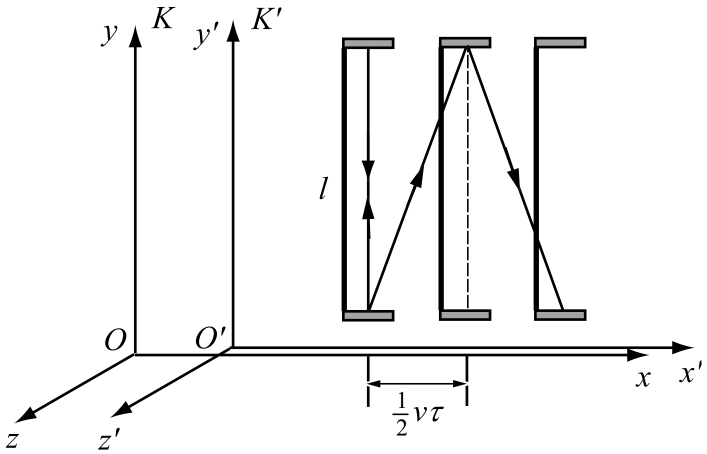

Рис. 3: К выводу преобразования промежутков времени

Формулу преобразования промежутков времени можно получить, исходя непосредственно из постулатов теории относительности, рассматривая следующий мысленный опыт со «световыми часами» (рис. 3). На концах стержня длиной l закреплены два параллельных зеркала. Между зеркалами движется короткий световой импульс, поочередно отражаясь от каждого из зеркал. Пусть этот прибор неподвижен в системе K', а его стержень расположен перпендикулярно скорости $\vec{v}$ системы K' относительно K. Рассмотрим один цикл таких часов, т. е. выход светового импульса от нижнего зеркала и его возвращение после отражения от верхнего зеркала, с точки зрения каждой из систем отсчета. В системе K' оба рассматриваемые события происходят в одной и том же месте, поэтому промежуток времени между ними в K' равен собственному времени τ_0. Так как скорость сигнала равна c, то $\tau_0 = 2l/c$. С точки зрения системы K часы находятся в движении, и световой импульс движется между зеркалами зигзагообразно (см. рис. 3). Свет при этом проходит больший путь за один цикл, и, следовательно, промежуток времени

τ между теми же событиями, измеренный в системе K, больше, чем в K': $\tau > \tau_0$. В этом рассуждении мы опираемся на то, что, согласно второму постулату, скорость света c одинакова в системах отсчета K' и K.

Найдем количественную связь τ и τ_0. Как видно из рис. 3, пройденный светом за половину одного цикла путь равен $\sqrt{l^2 + (v\tau/2)^2}$, и для определения τ можно написать следующее уравнение:

$$c\tau = 2\sqrt{l^2 + (v\tau/2)^2}, \quad \text{откуда} \quad \tau = \frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{1}$$

Но, как было отмечено выше, $2l/c = \tau_0$. Поэтому из (1) получаем искомую связь между τ и τ_0:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{2}$$

Таким образом, величина промежутка времени между событиями зависит от системы отсчета, в которой она измеряется, т. е. представляет собой величину относительную. Так как $\tau > \tau_0$ при любой $v \neq 0$, то собственное время всегда меньше, чем промежуток времени между этими же событиями, измеренный в любой другой системе отсчета. Этот кинематический релятивистский эффект называют замедлением, или «растяжением», времени. С точки зрения наблюдателя K идентичные по устройству движущиеся часы (т. е. часы в K') идут медленнее, чем его собственные. Речь здесь идет о сравнении показаний одних и тех же движущихся часов с показаниями идентичных, но разных (находящихся в разных точках) неподвижных часов. Синхронизированные для неподвижного в K наблюдателя, эти часы уже не будут синхронизированы для движущегося (т. е. находящегося в K') наблюдателя. Это отсутствие синхронизации между часами, находящимися в разных системах отсчета, отражает относительный характер одновременности событий.

Рассмотренный релятивистский эффект замедления времени является *взаимным*, как того требует принцип относительности, т. е. постулат о равноправии инерциальных систем отсчета K и K': с точки зрения наблюдателя в системе K' медленнее идут часы, связанные с системой K.

Преобразование пространственных расстояний

Покажем, что длина твердого стержня, расположенного вдоль относительной скорости систем отсчета K и K', будет разной в этих системах отсчета. Рассмотрим следующий мысленный опыт, схема которого показана на рис. 4.

Пусть жесткий стержень покоится в системе отсчета K'. Его длину, измеренную в этой системе отсчета, называют *собственной длиной*, или длиной покоя. Обозначим ее l_0, а длину в системе K, относительно которой стержень движется параллельно самому себе со скоростью v, обозначим l. Найдем связь между l и l_0. Для этого рассмотрим два события: а) прохождение начала стержня мимо точки A на оси Ox системы K, в которой находятся часы, и б) прохождение конца стержня мимо этой же точки. В системе отсчета K эти события происходят в одном месте — в точке A. Поэтому промежуток времени между ними в этой системе отсчета K

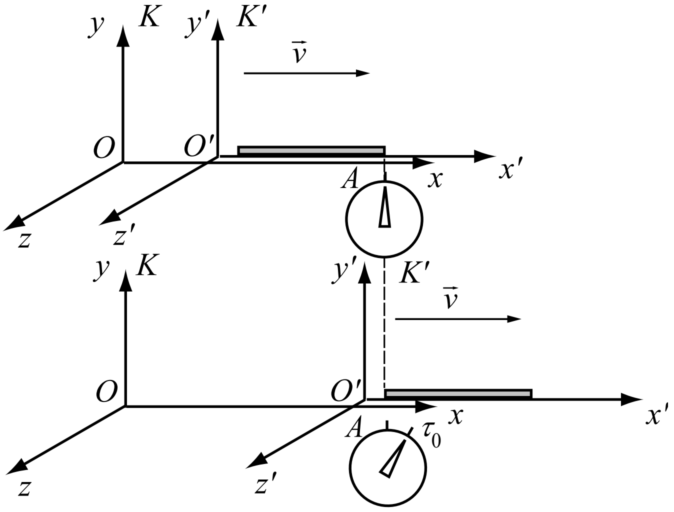

Рис. 4: К выводу преобразования пространственных расстояний

является собственным временем τ_0 и измеряется по одним и тем же часам, находящимся в точке A. Относительно системы отсчета K стержень движется со скоростью v. Умножив эту скорость на промежуток времени τ_0, получим длину стержня l в системе K: $l = v\tau_0$.

Но с точки зрения наблюдателя в системе отсчета K' точка A движется вдоль неподвижного стержня влево с такой же по модулю скоростью v. Поэтому для длины стержня l_0 в системе K' можно написать соотношение $l_0 = v\tau$, где τ есть промежуток времени между теми же событиями а) и б), измеренный по часам в системе отсчета K'. Согласно формуле (2) промежуток времени τ связан с собственным временем τ_0 между теми же событиями соотношением $\tau = \tau_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Тогда, разделив почленно соотношение $l = v\tau_0$ на $l_0 = v\tau$, находим

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{3}$$

Мы приходим к выводу, что в общем случае длина стержня, а тем самым и пространственное расстояние между точками, зависит от системы отсчета, в которой производится измерение, т. е. расстояние в релятивистской механике представляет собой величину относительную. Длина стержня будет наибольшей при измерении в той системе отсчета, где стержень покоится (собственная длина). Движущиеся относительно наблюдателя тела сокращаются в направлении своего движения. Этот кинематический релятивистский эффект называют «лоренцевым сокращением» (сокращением Лоренца – Фитцджеральда). Лоренцево сокращение движущихся тел отражает относительный характер расстояния между пространственными точками в теории относительности, т. е. зависимость результатов измерения расстояния от системы отсчета, в которой это измерение производится. Подчеркнем, что лоренцево сокращение представляет собой чисто кинематический эффект зависимости результатов измерений от системы отсчета: оно не связано с какими-либо явлениями или процессами в самом стержне (вроде появления каких-либо внутренних напряжений) при переходе в движущуюся систему отсчета.

В полном соответствии с принципом относительности эффект сокращения длины стержня является взаимным: если такой же стержень покоится в системе отсчета K, то длина стержня в этой системе равна собственной длине l_0, а его длина l с точки зрения движущейся относительно стержня системы отсчета K' будет меньше в соответствии с формулой (3).

Релятивистский эффект Доплера

Эффект Доплера заключается в зависимости частоты принимаемых периодических сигналов от относительной скорости источника и приемника. Продольный эффект Доплера наблюдается, если относительная скорость источника и приемника направлена вдоль линии, их соединяющей. Пусть, например, источник находится в начале координат системы отсчета K', так что его координата $x' = 0$. Пусть приемник находится в начале координат системы K, так что его координата $x = 0$. Источник посылает сигналы через одинаковые промежутки времени, которые равны τ_0 по часам, связанным с источником. Найдем промежутки времени T между последовательными принимаемыми сигналами по часам, связанным с приемником.

Будем для определенности считать, что первый из сигналов, например кратковременная вспышка света, посылается источником в момент времени $t = 0$, когда начала координат систем K и K' совпадают. Этот сигнал достигнет находящегося рядом приемника в тот же момент времени $t = 0$. Второй сигнал посылается из точки $x' = 0$ спустя промежуток времени τ_0 по часам в K', связанным с источником, т. е. в момент времени $\tau = \tau_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ по часам в системе K. Этот сигнал на пути к приемнику должен преодолеть расстояние x, где $x = v\tau$ — координата источника в системе K в момент отправления второго сигнала. Поэтому он достигнет приемника в момент времени T (по часам в K), равный $\tau + x/c$. Таким образом, промежуток времени между двумя последовательными сигналами, приходящими к приемнику, измеренный по часам в системе приемника K, оказывается равным

$$T = \tau\left(1 + \frac{v}{c}\right) = \tau_0\sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}.$$

Отсюда следует, что при относительном движении источника и приемника частота принимаемых сигналов $\nu = 1/T$ связана с собственной частотой $\nu_0 = 1/\tau_0$ (т. е. частотой в системе отсчета, в которой приемник покоится относительно источника) соотношением:

$$\nu = \nu_0\sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} = \nu_0\sqrt{\frac{c - v}{c + v}}. \tag{4}$$

В формуле (4) нужно относительную скорость v источника и приемника считать положительной, если они удаляются друг от друга, и отрицательной, если источник и приемник сближаются.

При малых по сравнению со скоростью света значениях относительной скорости (при $v/c \ll 1$) формулу (4) можно упростить, ограничившись членами первого порядка по v/c:

$$\nu = \nu_0\left(1 - \frac{v}{c}\right), \quad \text{или} \quad \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\frac{v}{c}, \tag{5}$$

где $\Delta\nu = \nu - \nu_0$ — сдвиг частоты, т. е. разность частот принимаемых и посылаемых сигналов. Формула (5) соответствует результату нерелятивистской теории эффекта Доплера, в которой время рассматривается как абсолютное.

Рекомендуемая литература:
[1], стр. 376—383.
[2], стр. 29—39.
[3], стр. 12—16.
[4], стр. 164—195.
[5], стр. 12—24.

По материалу лекции рекомендуется решить следующие задачи из [6]: 723, 724, 726, 728, 729, 731, 733, 736.

Список литературы

[1] Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. Механика (берклиевский курс физики, т. 1). М., «Наука», 1971.

[2] Тэйлор Э.Ф., Уилер Дж.А. Физика пространства-времени. М., «Мир», 1969.

[3] Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 2 (пространство, время, движение). М., «Мир», 1966.

[4] Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М., «Наука», 1972.

[5] Бутиков Е. И. Релятивистские представления в курсе общей физики. Спб, 2006.

[6] Сборник задач по общему курсу физики. Механика (под ред. Яковлева И.А.). Изд. 4-е, М., «Наука», 1977.